

## Chapitre 10: La résolution d'équations linéaires

### Mots clés :

**Équation** : un énoncé mathématique qui comprend deux expressions de même valeur. Les deux expressions sont séparées par un signe d'égalité.  $3a - 2 = 4$  est une équation.

**Variable** : une lettre qui représente une quantité inconnue. Par exemple, dans l'expression  $3a - 5$ , la variable est  $a$ .

**Constante** : un nombre qui ne change pas.

**Coefficient numérique** : un nombre qui multiplie une variable. Dans  $2x + 4$ , le nombre 2 est le coefficient numérique.

**Équation linéaire** : une équation dont les points, lorsque représentés dans un graphique, forment une ligne droite.

**Opération inverse** : une opération mathématique qui annule une autre opération. La soustraction et l'addition sont des opérations inverses, de même que la multiplication et la division.

**Distributivité** : la multiplication de chacun des termes d'une expression à l'intérieur des parenthèses par le terme à l'extérieur des parenthèses.

$$\begin{aligned} a(b + c) &= a \times b + a \times c \\ &= ab + ac \end{aligned}$$

---

### 10.1 Représenter et résoudre des équations en une étape $ax = b$ ou $\frac{x}{a} = b$

#### Concepts clés :

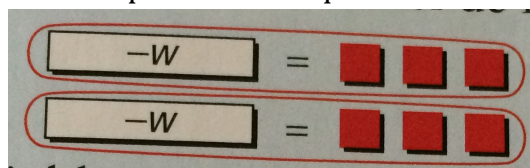
- Tu peux résoudre des équations comportant des nombres entiers de plusieurs manières.
  - Résoudre par inspection

$$\begin{aligned} -2w &= 6 && \text{ou} && \frac{6}{-2} = -3 \\ -2(-3) &= -6 \end{aligned}$$

\*\* Demande-toi : « Quel nombre multiplié par -2 est égal à 6? »  
« Quel est le quotient de 6 divisé par -2? »

- La solution est  $w = -3$ .
- Représenter l'équation à l'aide de matériel de manipulation et l'équilibrer.

$$-2w = 6$$



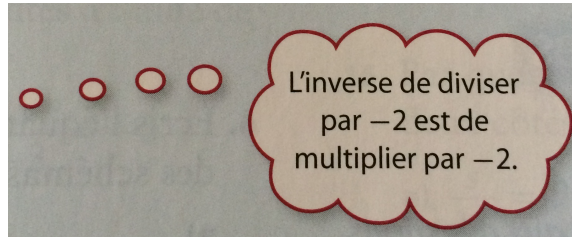
Chaque carreau de variable négatif doit avoir une valeur de trois carreaux unitaires positifs. Le carreau de variable positif doit donc avoir une valeur de trois carreaux unitaires négatifs. La solution est  $w = -3$

- Effectuer l'opération inverse de chaque côté du signe d'égalité.

$$\frac{w}{-2} = 6$$

$$\frac{w}{-2} \times (-2) = 6 \times (-2)$$

$$w = -12$$



- La substitution et la représentation sont deux méthodes que tu peux utiliser pour vérifier ta réponse.
  - Substitue ta solution dans l'équation. Les deux côtés devraient avoir la même valeur.

$$\frac{w}{-2} = 6$$

$$\frac{-12}{-2} = 6$$

$$6 = 6$$

Réponse du côté gauche = réponse du côté droit.

La solution est exacte.

- Représente l'équation à l'aide de matériel de manipulation comme les carreaux algébriques illustrés plus haut.

## 10.2 Représenter et résoudre des équations en deux étapes $ax + b = c$

### Concepts clés :

- Pour résoudre une équation, isole la variable d'un côté du signe d'égalité. Quand tu défais les opérations appliquées à la variable, suis la priorité des opérations inverses :
  - additionne ou soustrais;
  - multiplie ou divise
- La substitution et les schémas sont deux méthodes que tu peux utiliser pour vérifier ta réponse.
  - Substitue ta solution dans l'équation. Les deux côtés devraient avoir la même valeur.

$$8 = 2x - 4$$

$$8 = 2(6) - 4$$

$$8 = 12 - 4$$

$$8 = 8$$

$$\begin{aligned} 2x - 4 &= 8 \\ 2x - 4 + 4 &= 8 + 4 \\ 2x &= 12 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{12}{2} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

- La solution est...
- Dessine un schéma pour représenter l'équation.

$$\begin{array}{c} \boxed{x} \quad \square \quad \square \\ \boxed{x} \quad \square \quad \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \square \square \square \\ \square \square \square \square \end{array}$$

Ajoute quatre carreaux unitaires positifs de chaque côté.

$$\begin{array}{c} \boxed{x} \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \\ \boxed{x} \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \square \square \square \square \square \square \square \\ \square \square \square \square \square \square \square \square \end{array}$$

Les quatre carreaux unitaires négatifs et les quatre carreaux unitaires positifs du côté gauche égalent zéro. Les deux carreaux de variable doivent avoir la même valeur que les 12 carreaux unitaires positifs. Chaque carreau de variable doit donc valoir six carreaux unitaires positifs.

$$\begin{array}{c} \boxed{x} = \square \square \square \square \square \square \\ \boxed{x} = \square \square \square \square \square \square \end{array}$$

La solution  $x = 6$  est exacte.

### 10.3 Représenter et résoudre des équations en deux étapes $\frac{x}{a} + b = c$

Concepts clés :

- Pour résoudre une équation, isole la variable d'un côté du signe d'égalité.

$$\begin{array}{l} \frac{x}{-4} + 3 = 5 \\ \frac{x}{-4} + 3 - 3 = 5 - 3 \\ \frac{x}{-4} = 2 \\ \frac{x}{-4} \times (-4) = 2 \times (-4) \\ x = -8 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 5 = 2 - \frac{n}{4} \\ 5 - 2 = 2 - 2 - \frac{n}{4} \\ 3 = -\frac{n}{4} \\ 3 \times 4 = -\frac{n}{4} \times 4 \\ 12 = -n \\ 12 \div (-1) = -n \div (-1) \\ -12 = n \end{array}$$

- L'une des méthodes que tu peux utiliser pour vérifier ta réponse est de substituer celle-ci dans l'équation. Les deux côtés de l'équation devraient avoir la même valeur.



## 10.4 Représenter et résoudre des équations en deux étapes $a(x + b) = c$

### Concepts clés :

- Pour résoudre une équation, isole la variable d'un côté du signe d'égalité.
- Utilise les opérations inverses pour défaire les opérations exécutées sur la variable.
- Résous une équation de la forme  $a(x + b) = c$  en divisant en premier ou en utilisant d'abord la propriété de distributivité.

*Diviser d'abord :*

$$\begin{array}{r} -4(x - 7) = 16 \\ -4(x - 7) = 16 \\ \hline -4 \quad -4 \\ x - 7 = -4 \\ x - 7 + 7 = -4 + 7 \\ x = 3 \end{array}$$

Divise par  $-4$  pour défaire la multiplication.

Additionne  $7$  pour défaire la soustraction.

*Utiliser d'abord la propriété de distributivité :*

$$\begin{array}{r} -4(x - 7) = 16 \\ -4x + 28 = 16 \\ -4x + 28 - 28 = 16 - 28 \\ -4x = -12 \\ \frac{-4x}{-4} = \frac{-12}{-4} \\ x = 3 \end{array}$$

Utilise la distributivité.

Soustrais  $28$  pour défaire l'addition.

Divise par  $-4$  pour défaire la multiplication.

- L'une des méthodes que tu peux utiliser pour vérifier ta réponse est de substituer celle-ci dans l'équation. Les deux côtés de l'équation doivent avoir la même valeur.

$$\begin{array}{l} \text{membre de gauche} = -4(x - 7) \quad \text{membre de droite} = 16 \\ = -4(3 - 7) \\ = -4(-4) \\ = 16 \end{array}$$

membre de gauche = membre de droite

La solution est exacte.